入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

名古屋大学（文系）

対象年度： 2024 年

試験時間： 90 分

問題数： 3 問

問　題　紙

$\boxed{1}$　次の問いに答えよ。

(1)　方程式 $x^3-3x^2-50=0$ の実数解をすべて求めよ。

(2)　実数 p, q が $p+q=pq$ を満たすとする。$X=pq$ とおくとき，p^3+q^3 を X で表せ。

(3)　条件

$$p^3+q^3=50,\quad \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1,\quad p<q$$

を満たす 0 でない実数の組 $(p,\ q)$ をすべて求めよ。

$\boxed{2}$　t を 0 でない実数として，x の関数 $y=-x^2+tx+t$ のグラフを C とする。

(1)　C 上において y 座標が最大となる点 P の座標を求めよ。

(2)　P と点 O$(0,\ 0)$ を通る直線を ℓ とする。ℓ と C が P 以外の共有点 Q を持つために t が満たすべき条件を求めよ。また，そのとき，点 Q の座標を求めよ。

(3)　t は (2) の条件を満たすとする。A$(-1,\ -2)$ として，$X=\dfrac{1}{4}t^2+t$ とおくとき，$\mathrm{AP}^2-\mathrm{AQ}^2$ を X で表せ。また，$\mathrm{AP}<\mathrm{AQ}$ となるために t が満たすべき条件を求めよ。

$\boxed{3}$　n を自然数とする。表と裏が出る確率がそれぞれ $\dfrac{1}{2}$ のコインを n 回投げ，以下のように得点を決める。

- 最初に数直線上の原点に石を置き，コインを投げて表なら 2，裏なら 3 だけ数直線上を正方向に石を移動させる。コインを k 回投げた後の石の位置を a_k とする。
- $a_n \fallingdotseq 2n+2$ の場合は得点を 0，$a_n=2n+2$ の場合は得点を $a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n$ とする。

たとえば，$n=3$ のとき，投げたコインが 3 回とも表のときは得点は 0，投げたコインが順に裏，裏，表のときは得点は $3+6+8=17$ である。

(1)　n 回のうち裏の出る回数を r とするとき，a_n を求めよ。

(2)　$n=4$ とする。得点が 0 でない確率および 25 である確率をそれぞれ求めよ。

(3)　$n=9$ とする。得点が 100 である確率および奇数である確率をそれぞれ求めよ。