

入学試験過去問題  
数 学

名古屋大学（文系）

対象年度：2021年

試験時間：90分

問題数：3問



# 問 題 紙

- 1**  $a$  を正の実数とする。放物線  $y = x^2$  を  $C_1$ 、放物線  $y = -x^2 + 4ax - 4a^2 + 4a^4$  を  $C_2$  とする。以下の間に答えよ。
- (1) 点  $(t, t^2)$  における  $C_1$  の接線の方程式を求めよ。
  - (2)  $C_1$  と  $C_2$  が異なる 2 つの共通接線  $l, l'$  を持つような  $a$  の範囲を求めよ。ただし  $C_1$  と  $C_2$  の共通接線とは、 $C_1$  と  $C_2$  の両方に接する直線のことである。  
以下、 $a$  は (2) で求めた範囲にあるとし、 $l, l'$  を  $C_1$  と  $C_2$  の異なる 2 つの共通接線とする。
  - (3)  $l, l'$  の交点の座標を求めよ。
  - (4)  $C_1$  と  $l, l'$  で囲まれた領域を  $D_1$  とし、不等式  $x \leq a$  の表す領域を  $D_2$  とする。 $D_1$  と  $D_2$  の共通部分の面積  $S(a)$  を求めよ。

- 2** 4 つの実数を  $\alpha = \log_2 3$ ,  $\beta = \log_3 5$ ,  $\gamma = \log_5 2$ ,  $\delta = \frac{3}{2}$  とおく。以下の間に答えよ。
- (1)  $\alpha\beta\gamma = 1$  を示せ。
  - (2)  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  を小さい順に並べよ。
  - (3)  $p = \alpha + \beta + \gamma$ ,  $q = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$  とし、 $f(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$  とする。このとき  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ,  $f(-1)$  および  $f\left(-\frac{3}{2}\right)$  の正負を判定せよ。

- 3** 1 から 12 までの数字が下の図のように並べて書かれている。以下のルール (a), (b) と (終了条件) を用いたゲームを行う。ゲームを開始すると最初に (a) を行い、(終了条件) が満たされたならゲームを終了する。そうでなければ (終了条件) が満たされるまで (b) の操作を繰り返す。ただし、(a) と (b) における数字を選ぶ操作はすべて独立な試行とする。
- (a) 1 から 12 までの数字のどれか 1 つを等しい確率で選び、下の図において選んだ数字を丸で囲み、その上に石を置く。
  - (b) 石が置かれた位置の水平右側または垂直下側の位置にある数字のどれか 1 つを等しい確率で選び、その数字を丸で囲み、そこに石を移して置く。例えば、石が 6 の位置に置かれているときは、その水平右側または垂直下側の位置にある数字 7, 8, 9, 10, 12 のどれか 1 つの数字を等しい確率で選び、その数字を丸で囲み、そこに石を移して置く。
- (終了条件) 5, 9, 11, 12 の数字のどれか 1 つが丸で囲まれ石が置かれている。  
ゲームの終了時に数字  $j$  が丸で囲まれている確率を  $p_j$  とする。以下の間に答えよ。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	
10	11			
12				

- (1) 確率  $p_2$  を求めよ。
- (2) 確率  $p_5$  を求めよ。
- (3) 確率  $p_{11}$  を求めよ。

