

入学試験過去問題
数 学

名古屋大学（文系）

対象年度：2020年

試験時間：90分

問題数：3問

問 題 紙

1 a を実数として $f(x) = 2x^2 - 2ax - a^2$ とおく。以下の間に答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ の解 t が、必ず $-1 \leq t \leq 1$ をみたすための a の条件を求めよ。
 (2) (1) で求めた条件をみたす a に対して

$$S(a) = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$$

とおく。 $S(a)$ の値を求めよ。

- (3) $S(a)$ の値が最小となる a を求めよ。

2

(1) 平面上に $|\vec{OP}| = |\vec{OQ}| = |\vec{OR}| = 1$ をみたす相異なる 4 点 O, P, Q, R がある。このとき $|\vec{OP} + \vec{OQ} + \vec{OR}| = 0$ ならば、三角形 PQR は正三角形であることを示せ。

(2) 空間内に $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = |\vec{OD}| = 1$ をみたす相異なる 5 点 O, A, B, C, D がある。また O から A, B, C を含む平面におろした垂線の足を H とする。このとき、以下の 2 つの命題を示せ。

命題 (i) $|\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}| = 3|\vec{OH}|$ ならば、三角形 ABC は正三角形である。

命題 (ii) $|\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}| = 0$ かつ $|\vec{OH}| = \frac{1}{3}$ ならば、四面体 $ABCD$ は正四面体である。

3 xy 平面において x, y がともに整数となる点 (x, y) を格子点という。正の整数 n に対して

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + y \leq n$$

で定まる領域を D とする。4 つの頂点がすべて D に含まれる格子点であり、 x 軸と平行な辺をもつ長方形の数を $R(n)$ とする。また、そのなかで特に 1 つの辺が x 軸上にある長方形の数を $S(n)$ とする。以下の間に答えよ。

- (1) $R(3)$ と $R(4)$ を求めよ。
 (2) $S(n)$ を求めよ。
 (3) $R(n)$ を求めよ。
 (4) $R(n) = 1001$ となる n を求めよ。

