

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（文系）

対象年度：2018年

試験時間：90分

問題数：3問

第 1 問

a, b を実数とし、少なくとも一方は 0 でないとする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 連立不等式

$$3x + 2y + 4 \geq 0, \quad x - 2y + 4 \geq 0, \quad ax + by \geq 0$$

の表す領域、または連立不等式

$$3x + 2y + 4 \geq 0, \quad x - 2y + 4 \geq 0, \quad ax + by \leq 0$$

の表す領域が三角形であるために a, b がみたすべき条件を求めよ。さらに、その条件をみたす点 (a, b) の範囲を座標平面上に図示せよ。

- (2) (1) の三角形の面積を S とするとき、 S を a, b を用いて表せ。

- (3) $S \geq 4$ を示せ。

第 2 問

次の問に答えよ。

- (1) 整数 α, β の少なくとも一方が奇数のとき, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ は奇数であることを示せ。
- (2) n を奇数とする。このとき $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = 2n$ をみたす整数 α, β は存在しないことを示せ。
- (3) c を実数とする。このとき 3 次方程式 $x^3 - 2018x + c = 0$ の解のうち整数であるものは 1 個以下であることを示せ。

第 3 問

図 1 のように 2 つの正方形 ABCD と CDEF を並べた図形を考える。2 点 P, Q が 6 個の頂点 A, B, C, D, E, F を以下の規則 (a), (b) に従って移動する。

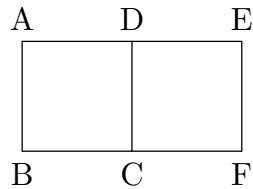


図 1

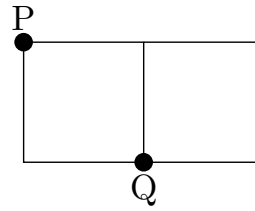


図 2

- (a) 時刻 0 では図 2 のように点 P は頂点 A に、点 Q は頂点 C にいる。
- (b) 点 P, Q は時刻が 1 増えるごとに独立に、今いる頂点と辺で結ばれている頂点に等確率で移動する。

時刻 n まで 2 点 P, Q が同時に同じ頂点にいたことが一度もない確率を p_n と表す。また時刻 n まで 2 点 P, Q が同時に同じ頂点にいたことが一度もなく、かつ時刻 n に 2 点 P, Q がともに同じ正方形上にいる確率を a_n と表し、 $b_n = p_n - a_n$ と定める。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 時刻 1 での点 P, Q の可能な配置を、図 2 にならってすべて図示せよ。
- (2) a_1, b_1, a_2, b_2 を求めよ。
- (3) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n で表せ。
- (4) $p_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$ を示せ。