

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（文系）

対象年度：2009 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

空間のベクトル $\overrightarrow{OA} = (1, 0, 0)$, $\overrightarrow{OB} = (a, b, 0)$, $\overrightarrow{OC}$ が, 条件

$$|\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 1, \quad \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{1}{3}, \quad \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}, \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{5}{6}$$

をみたしているとする。ただし, a, b は正の数とする。

- (1) a, b の値を求めよ。
- (2) 三角形 OAB の面積 S を求めよ。
- (3) 四面体 OABC の体積 V を求めよ。

第 2 問

放物線 $y = ax^2$ ($a > 0$) と円 $(x - b)^2 + (y - 1)^2 = 1$ ($b > 0$) が、点 $P(p, q)$ で接しているとする。ただし、 $0 < p < b$ とする。この円の中心 Q から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点を R としたとき、 $\angle PQR = 120^\circ$ であるとする。ここで、放物線と円が点 P で接するとは、 P が放物線と円の共有点であり、かつ点 P における放物線の接線と点 P における円の接線が一致することである。

- (1) a, b の値を求めよ。
- (2) 点 P と点 R を結ぶ短い方の弧と x 軸、および放物線で囲まれた部分の面積を求めよ。

第 3 問

さいころを投げると、1 から 6 までの整数の目が等しい確率で出るとする。さいころを n 回 ($n = 1, 2, 3, \dots$) 投げるとき、出る目の積の一の位が j ($j = 0, 1, 2, \dots, 9$) となる確率を $p_n(j)$ とする。

- (1) $p_2(0)$, $p_2(1)$, $p_2(2)$ を求めよ。
- (2) $p_{n+1}(1)$ を, $p_n(1)$ と $p_n(7)$ を用いて表せ。
- (3) $p_n(1) + p_n(3) + p_n(7) + p_n(9)$ を求めよ。