

数 学

(文 科 系 学 部)

試 験 時 間 90 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで，この冊子を開いてはいけない。
2. 冊子は，問題紙，答案紙，数学公式集からなる。
3. 落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあつたら，ただちに申し出よ。
4. 解答にかかる前にこの冊子左端の折り目をていねいに切り離し，すべての答案紙の所定の 2 箇所に受験番号を記入せよ。
5. 解答は必ず各問題別の答案紙の表の所定の欄に記入し，裏に記入してはいけない。
6. この冊子の答案紙以外の余白は，草稿用に使用してよい。
7. 数学公式集は問題と無関係に，文科系，理科系の区別なく作成されたものであるが，答案作成にあたって利用してよい。
8. 試験終了後退室の許可があるまでは，退室してはいけない。
9. 答案紙は持ち帰ってはいけない。その他は持ち帰ってよい。

問 題 紙

1 $\triangle ABC$ の辺 AB , BC , CA を $2:1$ に内分する点をそれぞれ A' , B' , C' とし, $\triangle A'B'C'$ の辺 $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$ を $2:1$ に内分する点をそれぞれ A'' , B'' , C'' とする。このとき直線 AA'' , BB'' , CC'' は $\triangle ABC$ の重心で交わることを証明せよ。

2 2つの放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2$, $D: y = -(x-a)^2$ を考える。 a は正の実数である。

- (1) C 上の点 $P(t, \frac{1}{2}t^2)$ における C の接線 ℓ を求めよ。
- (2) ℓ がさらに D とも接するとき, ℓ を C と D の共通接線という。2本の (C と D の) 共通接線 ℓ_1 , ℓ_2 を求めよ。
- (3) 共通接線 ℓ_1 , ℓ_2 と C で囲まれた図形の面積を求めよ。

3 問題 **3** は選択問題である。次の (A), (B) のいずれか一方を選択して解答せよ。どちらを選択したかを答案紙 **3** の所定の欄に記入せよ。

(A) p を実数とする。方程式

$$x^4 + (8 - 2p)x^2 + p = 0$$

が相異なる 4 個の実数解をもち、これらの解を小さい順に並べたときそれらは等差数列をなすとする。この p を求めよ。

(B) 袋の中に赤と白の玉が 1 個ずつ入っている。「この袋から玉を 1 個取り出して戻し、出た玉と同じ色の玉を袋の中に 1 個追加する」という操作を N 回繰り返した後、赤の玉が袋の中に m 個ある確率を $p_N(m)$ とする。

- (1) $p_3(m)$ を求めよ。
- (2) 一般の N に対し $p_N(m)$ を求めよ。

1

文科系

受 験 番 号				

数学

--

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

1

(解答欄)

2

文科系

受 験 番 号				

数学

--

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

2

(解答欄)

3

文科系

受 験 番 号				

数学

--

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

3

(解答欄)

数 学 公 式 集

この公式集は問題と無関係に作成されたものであるが、答案作成にあたって
利用してよい。この公式集は持ち帰ってよい。

(不 等 式)

$$1. \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \quad \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}, \quad (a, b, c \text{ は正または } 0)$$

$$2. (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$$

(三 角 形)

$$3. \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$4. a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$5. S = \frac{1}{2}bc \sin A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad \left(s = \frac{1}{2}(a+b+c)\right)$$

(図 形 と 式)

$$6. \text{数直線上の2点 } x_1, x_2 \text{ を } m:n \text{ に内分する点, および外分する点: } \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \quad \frac{mx_2 - nx_1}{m-n}$$

$$7. \text{点 } (x_1, y_1) \text{ と直線 } ax + by + c = 0 \text{ との距離, および点 } (x_1, y_1, z_1) \text{ と平面 } ax + by + cz + d = 0 \text{ との距離:}$$

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$8. \text{だ円 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 上の点 } (x_1, y_1) \text{ における接線: } \frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

$$9. \text{双曲線 } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 上の点 } (x_1, y_1) \text{ における接線: } \frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

(ベ ク ト ル と 行 列)

$$10. \text{2つのベクトルのなす角: } \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$11. \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, \quad (ad-bc \neq 0)$$

(複 素 数)

12. 極形式表示: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, $(r = |z|, \theta = \arg z)$

13. $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$, $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ に対し, $z_1 z_2 = r_1 r_2 \{\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)\}$

14. ド・モアブルの公式: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ に対し, $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$

(解と係数の関係)

15. $x^2 + px + q = 0$ の解が α, β のとき, $\alpha + \beta = -p, \alpha\beta = q$

16. $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ の解が α, β, γ のとき, $\alpha + \beta + \gamma = -p, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q, \alpha\beta\gamma = -r$

(対 数)

17. $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$

(三 角 関 数)

18. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

19. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

20. $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

21. $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)\}$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)\}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)\}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)\}$$

22. $\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

23. $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$, $\left(\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$

(数 列)

24. 初項 a , 公差 d , 項数 n の等差数列の和: $S_n = \frac{1}{2}n(a + \ell) = \frac{1}{2}n\{2a + (n-1)d\}$, $(\ell = a + (n-1)d)$

25. 初項 a , 公比 r , 項数 n の等比数列の和: $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$, $(r \neq 1)$

26. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$$

(極 限)

$$27. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e = 2.71828 \dots$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

(微 積 分)

$$29. \{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$$

$$30. x = f(y) \text{ のとき } \frac{dy}{dx} = \left(\frac{dx}{dy}\right)^{-1}$$

$$31. x = x(t), y = y(t) \text{ のとき } \frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)}$$

$$32. (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad (\log x)' = \frac{1}{x}$$

$$33. x = g(t) \text{ のとき } \int f(g(t))g'(t) dt = \int f(x) dx$$

$$34. \int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx$$

$$35. \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log |f(x)| + C$$

$$36. \int \log x dx = x \log x - x + C$$

$$37. \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{4} \pi a^2 \quad (a > 0), \quad \int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{4a} \quad (a \neq 0), \quad \int_\alpha^\beta (x - \alpha)(x - \beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

$$38. \text{回転体の体積: } V = \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx$$

$$39. \text{曲線の長さ: } \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt, \quad (x = x(t), y = y(t), a = x(\alpha), b = x(\beta))$$

(順 列・組 合 せ)

$$40. {}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1}, \quad (1 \leq r \leq n-1)$$

$$41. (a+b)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r a^{n-r} b^r$$

(確 率)

$$42. \text{確率 } p \text{ の事象が } n \text{ 回の試行中 } r \text{ 回起こる確率: } P_n(r) = {}_n C_r p^r q^{n-r}, \quad (q = 1 - p)$$

$$43. \text{期待値: } E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \text{ ただし } p_i \text{ は確率変数 } X \text{ が値 } x_i \text{ をとる確率で, } \sum_{i=1}^n p_i = 1 \text{ をみたすとする。}$$

