

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（文系）

対象年度：2003 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

- 第 3(A) 問と第 3(B) 問から 1 問を選択して解答

第 1 問

$\triangle OAB$ の頂角 $\angle O$ の二等分線と辺 AB との交点を P ，点 P から直線 OA へ下ろした垂線の足を Q とする。以下では， $\vec{a} = \vec{OA}$ ， $\vec{b} = \vec{OB}$ とする。

- (1) P は線分 AB を $|\vec{a}| : |\vec{b}|$ に内分する点であることを証明せよ。
- (2) 線分の長さ OQ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

第 2 問

放物線 $C : y = ax^2$ ($a > 0$) を考える。放物線 C 上の点 $P(p, ap^2)$ ($p \neq 0$) における C の接線と直交し、 P を通る直線を ℓ とする。直線 ℓ と放物線 C とで囲まれる図形の面積を $S(P)$ とする。

- (1) 直線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) P を $p > 0$ の範囲で動かす。 $S(P)$ が最小となるときの、直線 ℓ の傾き m と $S(P)$ を求めよ。

第 3 (A) 問

n を自然数とすると、 $m \leq n$ で m と n の最大公約数が 1 となる自然数 m の個数を $f(n)$ とする。

(1) $f(15)$ を求めよ。

(2) p と q を互いに異なる素数とする。このとき $f(pq)$ を求めよ。

第 3 (B) 問

一つの箱の中に、1 から 10 までの数が書かれたカードが 4 枚ずつ計 40 枚入っている。
この箱から k 枚 ($3 \leq k \leq 12$) のカードを同時に取り出す。このうちの 3 枚のカードが同じ数で残りはこれとは違う互いに異なる数となる確率を $p(k)$ とする。

(1) $p(k)$ を求めよ。

(2) $4 \leq k \leq 12$ のとき、 $f(k) = \frac{p(k-1)}{p(k)}$ を求めよ。

(3) $p(k)$ を最大にする k の値を求めよ。