

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（文系）

対象年度：2002年

試験時間：90分

問題数：3問

- 第3(A)問と第3(B)問から1問を選択して解答

第 1 問

n を自然数とすると、3 つの数

$$a = \sqrt[5]{1 + \frac{1}{n}} - 1, \quad b = 1 - \sqrt[5]{1 - \frac{1}{n}}, \quad c = \frac{1}{5n}$$

の大きさを比較せよ。

第 2 問

次のように円 C_n を定める。まず, C_0 を $(0, \frac{1}{2})$ を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円, C_1 を $(1, \frac{1}{2})$ を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円とする。次に C_0 と C_1 に外接し x 軸に接する円を C_2 とする。さらに, $n = 3, 4, 5, \dots$ に対し, 順に, C_0 と C_{n-1} に外接し x 軸に接する円で C_{n-2} でないものを C_n とする。 C_n ($n \geq 1$) の中心の座標を (a_n, b_n) とするとき, 次の問いに答えよ。ただし, 2 つの円が外接するとは, 中心間の距離がそれぞれの円の半径の和に等しいことをいう。

(1) $n \geq 1$ に対し, $b_n = \frac{a_n^2}{2}$ を示せ。

(2) a_n を求めよ。

第 3 (A) 問

O を原点とする座標平面上の曲線 $y = x^2$ 上の 2 点 A, B に対し, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = t$ とおく。

- (1) t のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) $t = 2$ のとき, $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ となる点 P の軌跡を求め, 図示せよ。

第 3 (B) 問

辺の長さがそれぞれ $AB = 10$, $BC = 6$, $AC = 8$ の $\triangle ABC$ がある。辺 AB 上に点 P , 辺 AC 上に点 Q を, $\triangle APQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{2}$ になるようにとる。

- (1) 2 辺の長さの和 $AP + AQ$ を u とおく。 $\triangle APQ$ の周の長さ l を u を用いて表せ。
- (2) l が最小となるとき AP , AQ , l の値を求めよ。