

数 学

(文 科 系 学 部)

試 験 時 間 90 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで，この冊子を開いてはいけない。
2. 冊子は，問題紙，答案紙，数学公式集からなる。
3. 落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあったら，ただちに申し出よ。
4. 解答にかかる前にこの冊子左端の折り目をていねいに切り離し，すべての答案紙の所定の 2 箇所に受験番号を記入せよ。
5. 解答は必ず各問題別の答案紙の表の所定の欄に記入し，裏に記入してはいけない。
6. この冊子の答案紙以外の余白は，草稿用に使用してよい。
7. 数学公式集は問題と無関係に，文科系，理科系の区別なく作成されたものであるが，答案作成にあたって利用してよい。
8. 試験終了後退室の許可があるまでは，退室してはいけない。
9. 答案紙は持ち帰ってはいけない。その他は持ち帰ってよい。

問 題 紙

1 a, b を実数とする。 xy 平面上で、直線 $\ell: y = ax + b$ は曲線 $C: y = (x+1)(2-x)$ と、 x 座標が $0 \leq x \leq 2$ を満たす点で接しているとする。

- (1) このときの点 (a, b) の存在範囲を求め、 ab 平面上に図示せよ。
- (2) 曲線 C および 3 つの直線 $\ell, x = 0, x = 2$ で囲まれた図形の面積を最小にする a, b の値と、このときの面積を求めよ。

2 自然数 n に対して、不等式 $0 \leq a \leq 2b \leq c \leq n$ を満たす整数の組 (a, b, c) の個数を $P(n)$ とする。

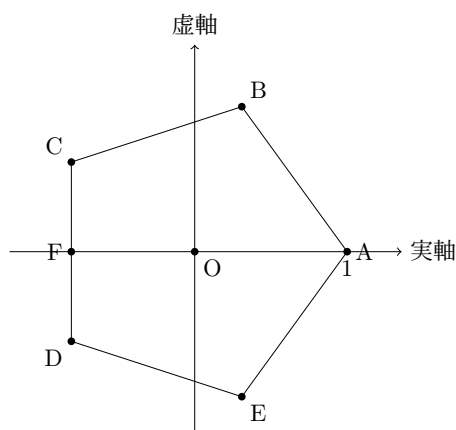
- (1) $P(5)$ を求めよ。
- (2) 奇数 n に対して、 $P(n)$ を求めよ。

3 問題 **3** は選択問題である。次の (A), (B) のいずれか一方を選択して解答せよ。どちらを選択したかを答案紙 **3** の所定の欄に記入せよ。

(A) 座標空間内に 4 点 $P(3, 1, 4), A(1, 2, 3), B(1, 1, 2), C(2, 1, 1)$ がある。直線 PA と xy 平面の交点を A' 、直線 PB と xy 平面の交点を B' 、直線 PC と xy 平面の交点を C' とする。

- (1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (2) $\triangle A'B'C'$ の面積を求めよ。

(B) 複素数平面上に、図のような原点を中心とする正五角形 $ABCDE$ がある。ここで、頂点 A が表す複素数は 1 である。2 頂点 C, D の中点を F とし、点 F が表す複素数を h とする。



- (1) h は $4h^2 + 2h - 1 = 0$ を満たすことを示せ。
- (2) h を求めよ。

1

文科系

受 験 番 号				

数学

--

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

1

(解答欄)

2

文科系

受 験 番 号				

数学

--

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

2

(解答欄)

3

文科系

受 験 番 号				

数学

--

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

3

(解答欄)

数 学 公 式 集

この公式集は問題と無関係に作成されたものであるが、答案作成にあたって
利用してよい。この公式集は持ち帰ってよい。

(不 等 式)

1. $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \quad \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}, \quad (a, b, c \text{ は正または } 0)$
2. $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$

(三 角 形)

3. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$
4. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
5. $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad \left(s = \frac{1}{2}(a+b+c)\right)$

(図 形 と 式)

6. 数直線上の2点 x_1, x_2 を $m:n$ に内分する点, および外分する点: $\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \quad \frac{mx_2 - nx_1}{m-n}$
7. 点 (x_1, y_1) と直線 $ax + by + c = 0$ との距離, および点 (x_1, y_1, z_1) と平面 $ax + by + cz + d = 0$ との距離:
 $\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$
8. だ円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上の点 (x_1, y_1) における接線: $\frac{x_1x}{a^2} + \frac{y_1y}{b^2} = 1$
9. 双曲線 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上の点 (x_1, y_1) における接線: $\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = 1$

(ベ ク ト ル と 行 列)

10. 2つのベクトルのなす角: $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$
11. $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, \quad (ad-bc \neq 0)$

(複 素 数)

12. 極形式表示: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, $(r = |z|, \theta = \arg z)$

13. $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$, $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ に対し, $z_1 z_2 = r_1 r_2 \{\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)\}$

14. ド・モアブルの公式: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ に対し, $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$

(解と係数の関係)

15. $x^2 + px + q = 0$ の解が α, β のとき, $\alpha + \beta = -p, \alpha\beta = q$

16. $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ の解が α, β, γ のとき, $\alpha + \beta + \gamma = -p, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q, \alpha\beta\gamma = -r$

(対 数)

17. $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$

(三 角 関 数)

18. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

19. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

20. $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

21. $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)\}$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)\}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)\}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)\}$$

22. $\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

23. $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$, $\left(\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$

(数 列)

24. 初項 a , 公差 d , 項数 n の等差数列の和: $S_n = \frac{1}{2}n(a + \ell) = \frac{1}{2}n\{2a + (n-1)d\}$, $(\ell = a + (n-1)d)$

25. 初項 a , 公比 r , 項数 n の等比数列の和: $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$, $(r \neq 1)$

26. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$$

(極 限)

$$27. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e = 2.71828 \dots$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

(微 積 分)

$$29. \{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$$

$$30. x = f(y) \text{ のとき } \frac{dy}{dx} = \left(\frac{dx}{dy}\right)^{-1}$$

$$31. x = x(t), y = y(t) \text{ のとき } \frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)}$$

$$32. (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad (\log x)' = \frac{1}{x}$$

$$33. x = g(t) \text{ のとき } \int f(g(t))g'(t) dt = \int f(x) dx$$

$$34. \int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx$$

$$35. \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log |f(x)| + C$$

$$36. \int \log x dx = x \log x - x + C$$

$$37. \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{4} \pi a^2 \quad (a > 0), \quad \int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{4a} \quad (a \neq 0), \quad \int_\alpha^\beta (x - \alpha)(x - \beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

$$38. \text{回転体の体積: } V = \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx$$

$$39. \text{曲線の長さ: } \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt, \quad (x = x(t), y = y(t), a = x(\alpha), b = x(\beta))$$

(順 列・組 合 せ)

$$40. {}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1}, \quad (1 \leq r \leq n-1)$$

$$41. (a+b)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r a^{n-r} b^r$$

(確 率)

$$42. \text{確率 } p \text{ の事象が } n \text{ 回の試行中 } r \text{ 回起こる確率: } P_n(r) = {}_n C_r p^r q^{n-r}, \quad (q = 1 - p)$$

$$43. \text{期待値: } E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \text{ ただし } p_i \text{ は確率変数 } X \text{ が値 } x_i \text{ をとる確率で, } \sum_{i=1}^n p_i = 1 \text{ をみたすとする。}$$

