

名古屋大学（理系） 2024 年 第 3 問

座標空間の 3 点 $A(3, 1, 3)$, $B(4, 2, 2)$, $C(4, 0, 1)$ の定める平面を H とする。また,

$$\overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC} \quad (s, t \text{ は非負の実数})$$

を満たすすべての点 P からなる領域を K とする。

- (1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。
- (2) 原点 $O(0, 0, 0)$ から平面 H に下ろした垂線の足を Q とする。 $\overrightarrow{AQ}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ で表せ。
- (3) 領域 K 上の点 P に対して, 線分 QP 上の点で $\overrightarrow{AR} = r\overrightarrow{AC}$ (r は非負の実数) を満たす点 R が存在することを示せ。
- (4) 領域 K において原点 O からの距離が最小となる点 S の座標を求めよ。