

名古屋大学（理系） 2023 年 第 4 問

n を正の整数とし、 n 次の整式 $P_n(x) = x(x+1)\cdots(x+n-1)$ を展開して $P_n(x) = \sum_{m=1}^n {}_nB_m x^m$ と表す。

(1) 等式 $\sum_{m=1}^n {}_nB_m = n!$ を示せ。

(2) 等式

$$P_n(x+1) = \sum_{m=1}^n ({}_nB_m \cdot {}_mC_0 + {}_nB_m \cdot {}_mC_1 x + \cdots + {}_nB_m \cdot {}_mC_m x^m)$$

を示せ。ただし、 ${}_mC_0, {}_mC_1, \cdots, {}_mC_m$ は二項係数である。

(3) $k = 1, 2, \cdots, n$ に対して、等式 $\sum_{j=k}^n {}_nB_j \cdot {}_jC_k = {}_{n+1}B_{k+1}$ を示せ。