

名古屋大学（理系） 2023 年 第 2 問

$0 < b < a$ とする。 xy 平面において、原点を中心とする半径 r の円 C と点 $(a, 0)$ を中心とする半径 b の円 D が 2 点で交わっている。

- (1) 半径 r の満たすべき条件を求めよ。
- (2) C と D の交点のうち y 座標が正のものを P とする。 P の x 座標 $h(r)$ を求めよ。
- (3) 点 $Q(r, 0)$ と点 $R(a - b, 0)$ をとる。 D の内部にある C の弧 PQ , 線分 QR , および線分 RP で囲まれる図形を A とする。 xyz 空間において A を x 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積 $V(r)$ を求めよ。ただし、答えに $h(r)$ を用いてもよい。
- (4) $V(r)$ の最大値を与える r を求めよ。また、その r を $r(a)$ とおいたとき、 $\lim_{a \rightarrow \infty} (r(a) - a)$ を求めよ。