

名古屋大学（理系） 2021 年 第 1 問

a を正の実数とする。放物線 $y = x^2$ を C_1 、放物線 $y = -x^2 + 4ax - 4a^2 + 4a^4$ を C_2 とする。以下の問に答えよ。

- (1) 点 (t, t^2) における C_1 の接線の方程式を求めよ。
- (2) C_1 と C_2 が異なる 2 つの共通接線 ℓ, ℓ' を持つような a の範囲を求めよ。ただし C_1 と C_2 の共通接線とは、 C_1 と C_2 の両方に接する直線のことである。
以下、 a は (2) で求めた範囲にあるとし、 ℓ, ℓ' を C_1 と C_2 の異なる 2 つの共通接線とする。
- (3) ℓ, ℓ' の交点の座標を求めよ。
- (4) C_1 と ℓ, ℓ' で囲まれた領域を D_1 とし、不等式 $x \leq a$ の表す領域を D_2 とする。
 D_1 と D_2 の共通部分の面積 $S(a)$ を求めよ。
- (5) $S(a)$ を (4) の通りとする。 a が (2) で求めた範囲を動くとき、 $S(a)$ の最大値を求めよ。