

以下の問に答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ は、区間 $0 \leq x \leq 2\pi$ で第 2 次導関数 $f''(x)$ をもち $f''(x) > 0$ をみたしているとする。区間 $0 \leq x \leq \pi$ で関数 $F(x)$ を

$$F(x) = f(x) - f(\pi - x) - f(\pi + x) + f(2\pi - x)$$

と定義するとき、区間 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ で $F(x) \geq 0$ であることを示せ。

- (2) $f(x)$ を (1) の関数とするとき

$$\int_0^{2\pi} f(x) \cos x \, dx \geq 0$$

を示せ。

- (3) 関数 $g(x)$ は、区間 $0 \leq x \leq 2\pi$ で導関数 $g'(x)$ をもち $g'(x) < 0$ をみたしているとする。このとき、

$$\int_0^{2\pi} g(x) \sin x \, dx \geq 0$$

を示せ。