

図 1 のように 2 つの正方形 $ABCD$ と $CDEF$ を並べた図形を考える。2 点 P , Q が 6 個の頂点 A , B , C , D , E , F を以下の規則 (a), (b) に従って移動する。

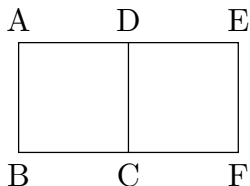


図 1

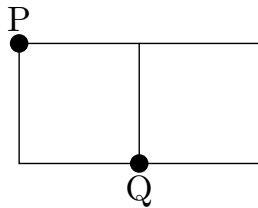


図 2

- (a) 時刻 0 では図 2 のように点 P は頂点 A に、点 Q は頂点 C にいる。
- (b) 点 P , Q は時刻が 1 増えるごとに独立に、今いる頂点と辺で結ばれている頂点に等確率で移動する。

時刻 n まで 2 点 P , Q が同時に同じ頂点にすることが一度もない確率を p_n と表す。また時刻 n まで 2 点 P , Q が同時に同じ頂点にすることが一度もなく、かつ時刻 n に 2 点 P , Q がともに同じ正方形上にいる確率を a_n と表し、 $b_n = p_n - a_n$ と定める。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 時刻 1 での点 P , Q の可能な配置を、図 2 にならってすべて図示せよ。
- (2) a_1 , b_1 , a_2 , b_2 を求めよ。
- (3) a_{n+1} , b_{n+1} を a_n , b_n で表せ。
- (4) $p_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$ を示せ。