

次の問に答えよ。ただし 2 次方程式の重解は 2 つと数える。

(1) 次の条件 (*) を満たす整数 a, b, c, d, e, f の組をすべて求めよ。

(*) 2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の 2 つの解が c, d である。

2 次方程式 $x^2 + cx + d = 0$ の 2 つの解が e, f である。

2 次方程式 $x^2 + ex + f = 0$ の 2 つの解が a, b である。

(2) 2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は、次の条件 (**) を満たすとする。

(**) すべての正の整数 n について、 a_n, b_n は整数であり、2 次方程式 $x^2 + a_n x + b_n = 0$ の 2 つの解が a_{n+1}, b_{n+1} である。

このとき、

(i) 正の整数 m で、 $|b_m| = |b_{m+1}| = |b_{m+2}| = \cdots$ となるものが存在することを示せ。

(ii) 条件 (**) を満たす数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の組をすべて求めよ。