

名古屋大学（理系） 2014 年 第 3 問

xy 平面の $y \geq 0$ の部分にあり、 x 軸に接する円の列 $C_1, C_2, C_3, \dots$ を次のように定める。

- C_1 と C_2 は半径 1 の円で、互いに外接する。
- 正の整数 n に対し、 C_{n+2} は C_n と C_{n+1} に外接し、 C_n と C_{n+1} の弧および x 軸で囲まれる部分にある。

円 C_n の半径を r_n とする。

- (1) 等式 $\frac{1}{\sqrt{r_{n+2}}} = \frac{1}{\sqrt{r_n}} + \frac{1}{\sqrt{r_{n+1}}}$ を示せ。
- (2) すべての正の整数 n に対して $\frac{1}{\sqrt{r_n}} = s\alpha^n + t\beta^n$ が成り立つように、 n によらない定数 α, β, s, t の値を一組与えよ。
- (3) $n \rightarrow \infty$ のとき数列 $\left\{ \frac{r_n}{k^n} \right\}$ が正の値に収束するように実数 k の値を定め、そのときの極限值を求めよ。