

名古屋大学（理系） 2011 年 第 2 問

$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。整数 $n \geq 1$ に対して、次の試行により行列 A_{n-1} から行列 A_n を定める。

「数字の組 $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)$ を 1 つずつ書いた 4 枚の札が入っている袋から 1 枚を取り出し、その札に書かれている数字の組が (i, j) のとき、 A_{n-1} の (i, j) 成分に 1 を加えた行列を A_n とする。」

この試行を n 回 ($n = 2, 3, 4, \dots$) くり返した後に、 $A_0, A_1, \dots, A_{n-1}$ が逆行列をもたず A_n は逆行列をもつ確率を p_n とする。

- (1) p_2, p_3 を求めよ。
- (2) $(n-1)$ 回 ($n = 2, 3, 4, \dots$) の試行をくり返した後に、 A_{n-1} の第 1 行の成分がいずれも正で第 2 行の成分はいずれも 0 である確率 q_{n-1} を求めよ。
- (3) p_n ($n = 2, 3, 4, \dots$) を求めよ。