

名古屋大学（理系） 2004 年 第 3 問

多項式の列 $f_n(x)$, $n = 0, 1, 2, \dots$ が, $f_0(x) = 2$, $f_1(x) = x$,

$$f_n(x) = xf_{n-1}(x) - f_{n-2}(x), \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

をみたすとする。

(1) $f_n(2 \cos \theta) = 2 \cos n\theta$, $n = 0, 1, 2, \dots$ であることを示せ。

(2) $n \geq 2$ のとき, 方程式 $f_n(x) = 0$ の $|x| \leq 2$ における最大の実数解を x_n とおく。

このとき, $\int_{x_n}^2 f_n(x) dx$ の値を求めよ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \int_{x_n}^2 f_n(x) dx$ の値を求めよ。