入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

九州大学（理系）

対象年度： 2026 年

試験時間： 150 分

問題数： 5 問

第　1　問

座標空間内で，原点 O を中心とする半径 3 の球を S とする。また，点 P $\left(1,\ 0,\ \sqrt{3}\right)$ を考え，T_1 と T_2 を直線 OP と直交する相異なる 2 つの平面とする。T_1 と S の共通部分を C_1，T_2 と S の共通部分を C_2 とし，次の 2 つの条件をみたすとする。

- C_1 と C_2 はどちらも半径 1 の円である。
- C_1 の中心の z 座標は正で，C_2 の中心の z 座標は負である。

以下の問いに答えよ。

(1)　円 C_1，C_2 の中心の座標を求めよ。

(2)　円 C_1，C_2 を底面とする円柱の側面を平面 $z=0$ で切る。その切り口の曲線の方程式を求めよ。また，その曲線を図示せよ。

第　2　問

点 z が複素数平面上の線分

$$z = t + ti \quad \left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2} \leqq t \leqq \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right)$$

の上を動くとき，

$$z^2 - wz + 1 = 0$$

をみたす複素数 w を表す点が描く軌跡を C とする。ただし，i は虚数単位である。以下の問いに答えよ。

(1)　軌跡 C を複素数平面上に図示せよ。

(2)　$t = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ のときに複素数 w を表す点を P_1 とし，$t = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$ のときに複素数 w を表す点を P_2 とする。このとき，軌跡 C，線分 OP_1，線分 OP_2 で囲まれる領域を虚軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，O は複素数平面の原点である。

第　3　問

$0 < r < 1$ とする。表が出る確率が r，裏が出る確率が $1 - r$ の硬貨を投げ，表が出た場合は白玉を 2 つ横並びに置き，裏が出た場合は黒玉を 1 つ置く。この要領で硬貨を繰り返し投げ，左から右に 1 列になるように白玉と黒玉を順に並べていく。

例えば，3 回硬貨を投げ，結果が順に「裏，表，表」であれば，左から順に「黒，白，白，白，白」と 5 つの玉が並ぶ。

n を自然数とする。$n+2$ 回硬貨を投げたとき，左から n，$n+1$，$n+2$ 番目の玉がすべて黒である確率を p_n とする。以下の問いに答えよ。

(1)　p_1，p_2 を求めよ。

(2)　$n \geqq 2$ とする。$n+2$ 回硬貨を投げたとき，左から 1，n，$n+1$，$n+2$ 番目の玉がすべて黒である確率を p_{n-1} を用いて表せ。

(3)　$n \geqq 3$ のとき，p_n を p_{n-2}，p_{n-1} を用いて表せ。

(4)　p_n を求めよ。

第 4 問

以下の問いに答えよ。ただし，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$ が無理数であることは用いてよい。

(1) $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ を示せ。また，$\sqrt{2}+\sqrt{3}$ は無理数であることを示せ。

(2) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ を解にもち，係数がすべて有理数の 4 次方程式を 1 つ求めよ。また，その 4 次方程式の解をすべて求めよ。

(3) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ を解にもち，係数がすべて有理数の 2 次方程式は存在しないことを示せ。

第　5　問

関数

$$f(x) = \int_x^{x+1} \log(4t^2+1)\, dt$$

に関して，以下の問いに答えよ。

(1)　$f(x)$ が極値をとるときの x の値を求めよ。また，そのときの極値を求めよ。

(2)　極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\{f(x)-f(x-1)\}$ を求めよ。