入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

九州大学（理系）

対象年度： 2024 年

試験時間： 150 分

問題数： 5 問

配点： 250 点

〔 1 〕　(配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

a を実数とし，座標空間内の 3 点 $\mathrm{P}\,(-1,\ 1,\ -1)$，$\mathrm{Q}\,(1,\ 1,\ 1)$，$\mathrm{R}\,(a,\ a^2,\ a^3)$ を考える。以下の問いに答えよ。

(1) $a \neq -1$，$a \neq 1$ のとき，3 点 P，Q，R は一直線上にないことを示せ。

(2) a が $-1 < a < 1$ の範囲を動くとき，三角形 PQR の面積の最大値を求めよ。

（下書き用紙）

〔 2 〕　（配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

整式

$$f(z) = z^6 + z^4 + z^2 + 1$$

について，以下の問いに答えよ。

(1) $f(z) = 0$ をみたすすべての複素数 z に対して，$|z| = 1$ が成り立つことを示せ。

(2) 次の条件をみたす複素数 w をすべて求めよ。

条件： $f(z) = 0$ をみたすすべての複素数 z に対して $f(wz) = 0$ が成り立つ。

（下書き用紙）

〔 3 〕　（配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

以下の問いに答えよ。

(1)　自然数 a，b が $a < b$ をみたすとき，$\dfrac{b!}{a!} \geqq b$ が成り立つことを示せ。

(2)　$2 \cdot a! = b!$ をみたす自然数の組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ。

(3)　$a! + b! = 2 \cdot c!$ をみたす自然数の組 $(a,\ b,\ c)$ をすべて求めよ。

（下書き用紙）

〔 4 〕　（配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

n を 3 以上の整数とする。座標平面上の点のうち，x 座標と y 座標がともに 1 以上 n 以下の整数であるものを考える。これら n^2 個の点のうち 3 点以上を通る直線の個数を $L(n)$ とする。以下の問いに答えよ。

(1)　$L(3)$ を求めよ。

(2)　$L(4)$ を求めよ。

(3)　$L(5)$ を求めよ。

（下書き用紙）

〔 5 〕　（配点 50 点）

この問題の解答は，解答紙の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

自然数 m，n に対して

$$I(m,n)=\int_1^e x^m e^x (\log x)^n\,dx$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1)　$I(m+1,n+1)$ を $I(m,n+1)$，$I(m,n)$，m，n を用いて表せ。

(2)　すべての自然数 m に対して，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} I(m,n)=0$ が成り立つことを示せ。

（下書き用紙）

（下書き用紙）

（下書き用紙）

（下書き用紙）

（下書き用紙）

（下書き用紙）