入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

九州大学（理系）

対象年度： 2020 年

試験時間： 150 分

問題数： 5 問

第　1　問

点 $(a,\ 0)$ を通り，曲線 $y = e^{-x} - e^{-2x}$ に接する直線が存在するような定数 a の値の範囲を求めよ。

第　2　問

a，b，c，d を整数とし，i を虚数単位とする。整式 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ が $f\left(\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{2}\right)=0$ をみたすとき，以下の問いに答えよ。

(1)　c，d を a，b を用いて表せ。

(2)　$f(1)$ を 7 で割ると 1 余り，11 で割ると 10 余るとする。また，$f(-1)$ を 7 で割ると 3 余り，11 で割ると 10 余るとする。a の絶対値と b の絶対値がともに 40 以下であるとき，方程式 $f(x)=0$ の解をすべて求めよ。

第　3　問

四面体 OABC において，辺 OA の中点と辺 BC の中点を通る直線を ℓ，辺 OB の中点と辺 CA の中点を通る直線を m，辺 OC の中点と辺 AB の中点を通る直線を n とする。$\ell \perp m$，$m \perp n$，$n \perp \ell$ であり，$\mathrm{AB} = \sqrt{5}$，$\mathrm{BC} = \sqrt{3}$，$\mathrm{CA} = 2$ のとき，以下の問いに答えよ。

(1)　直線 OB と直線 CA のなす角 θ $\left(0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ を求めよ。

(2)　四面体 OABC の 4 つの頂点をすべて通る球の半径を求めよ。

第　4　問

4 個のサイコロを同時に投げるとき，出る目すべての積を X とする。以下の問いに答えよ。

(1)　X が 25 の倍数になる確率を求めよ。

(2)　X が 4 の倍数になる確率を求めよ。

(3)　X が 100 の倍数になる確率を求めよ。

第　5　問

座標空間において，中心 $(0,\ 2,\ 0)$，半径 1 で xy 平面内にある円を D とする。D を底面とし，$z \geqq 0$ の部分にある高さ 3 の直円柱（内部を含む）を E とする。点 $(0,\ 2,\ 2)$ と x 軸を含む平面で E を 2 つの立体に分け，D を含む方を T とする。以下の問いに答えよ。

(1)　$-1 \leqq t \leqq 1$ とする。平面 $x = t$ で T を切ったときの断面積 $S(t)$ を求めよ。また，T の体積を求めよ。

(2)　T を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。