

入学試験過去問題

数 学

九州大学（文系）

対象年度：2018年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

座標平面内の曲線 $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ が点 $(c, 0)$ において x 軸に接しているとする。ただし、 a, b は実数、 $c > 0$ である。以下の問いに答えよ。

- (1) a, b をそれぞれ c を用いて表せ。
- (2) この曲線と x 軸で囲まれた部分の面積を S とする。 S を最小にする c の値を求めよ。

第 2 問

以下の問いに答えよ。

- (1) n を自然数とすると、 2^n を 7 で割った余りを求めよ。
- (2) 自然数 m は、2 進法で 101 が 6 回連続する表示

$$101101101101101101_{(2)}$$

をもつとする。 m を 7 で割った余りを求めよ。

第 3 問

平面上に三角形 ABC と点 O が与えられている。この平面上の動点 P に対し、

$$L = PA^2 + PB^2 + PC^2$$

とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ および $\vec{x} = \overrightarrow{OP}$ とおくとき、次の等式を示せ。

$$L = 3|\vec{x}|^2 - 2(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{x} + |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2$$

- (2) L を最小にする点 P は三角形 ABC の重心であることを示せ。また、 L の最小値は

$$\frac{1}{3}(AB^2 + BC^2 + CA^2)$$

であることを示せ。

第 4 問

3つの部品 a, b, c からなる製品が多数入った箱がある。製品を1つ取り出したとき、部品 a, b, c が不良品である確率について次のことがわかっている。

- 部品 a が不良品である確率は p である。
- 部品 a が不良品でないとき、部品 b が不良品である確率は q である。
- 部品 a が不良品であるとき、部品 b も不良品である確率は $3q$ である。
- 部品 b が不良品でないとき、部品 c が不良品である確率は r である。
- 部品 b が不良品であるとき、部品 c も不良品である確率は $5r$ である。

ただし、 $0 < p < 1$, $0 < q < \frac{1}{3}$, $0 < r < \frac{1}{5}$ である。以下の問いに答えよ。

- (1) 製品を1つ取り出したとき、部品 a, b の少なくとも一方が不良品である確率を p , q を用いて表せ。
- (2) 製品を1つ取り出したとき、部品 c が不良品である確率を p , q , r を用いて表せ。
- (3) 製品を1つ取り出したところ部品 c が不良品であった。このとき、部品 b も不良品である確率を p , q を用いて表せ。