

入学試験過去問題

数 学

九州大学（文系）

対象年度：2017年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

定数 $a < 1$ に対し、放物線 $C_1 : y = 2x^2 + 1$, $C_2 : y = -x^2 + a$ を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線 C_1 , C_2 の両方に接する 2 つの直線の方程式をそれぞれ a を用いて表せ。
- (2) C_1 と (1) で求めた 2 つの直線で囲まれた図形の面積を S_1 , C_2 と (1) で求めた 2 つの直線で囲まれた図形の面積を S_2 とするとき、 $\frac{S_2}{S_1}$ を求めよ。

第 2 問

座標平面上に原点 O ，点 $A(1, a)$ ，点 $B(s, t)$ がある。以下の問いに答えよ。

- (1) $a = 1$ のとき， $\triangle OAB$ が正三角形となるような (s, t) をすべて求めよ。
- (2) $\sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ。
- (3) $\triangle OAB$ が正三角形であり， a が有理数であるとき， s と t のうち少なくとも 1 つは無理数であることを示せ。

第 3 問

A と B の 2 人が A, B, A, B, $\dots$ の順にさいころを投げ、先に 3 以上の目を出した人を勝者として勝敗を決め、さいころ投げを終える。以下では、さいころを投げた回数とは A と B が投げた回数の和のこととする。2 と 3 の常用対数を $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ として、以下の問いに答えよ。

- (1) さいころを投げた回数が n 回以下では勝敗が決まらない確率 p_n ($n = 1, 2, \dots$) を求めよ。さらに、 p_n が 0.005 より小さくなる最小の n を求めよ。
- (2) さいころを投げた回数が 3 以下で A が勝つ確率を求めよ。
- (3) 自然数 k に対し、さいころを投げた回数が $2k+1$ 回以下で A が勝つ確率を求めよ。

第 4 問

以下の問いに答えよ。

- (1) 2017 と 225 の最大公約数を求めよ。
- (2) 225 との最大公約数が 15 となる 2017 以下の自然数の個数を求めよ。
- (3) 225 との最大公約数が 15 であり、かつ 1998 との最大公約数が 111 となる 2017 以下の自然数をすべて求めよ。