

# 2016 年 度 入 学 試 験 問 題

## 数 学 (文系)

試 験 時 間 120 分

### (注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子の中にはさみ込まれている解答紙は、4 枚です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。受験番号は、裏面の記入例にならって、マス目の中に丁寧に記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、200 点満点です。

受験番号の記入例

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| A | B | D | E | G | H | I | K | L | M | P | S | T | Z |

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

# 数 学 (文系)

〔 1 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 1 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

座標平面において、 $x$  軸上に 3 点  $(0, 0)$ ,  $(\alpha, 0)$ ,  $(\beta, 0)$  ( $0 < \alpha < \beta$ ) があり、  
曲線  $C : y = x^3 + ax^2 + bx$  が  $x$  軸とこの 3 点で交わっているものとする。ただし、 $a, b$  は実数である。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $C$  と  $x$  軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和を  $S$  とする。 $S$  を  $\alpha$  と  $\beta$  の式で表せ。
- (2)  $\beta$  の値を固定して、 $0 < \alpha < \beta$  の範囲で  $\alpha$  を動かすとき、 $S$  を最小とする  $\alpha$  を  $\beta$  の式で表せ。

(下書き用紙)

〔 2 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 2 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

$t$  を  $0 < t < 1$  を満たす実数とする。面積が 1 である三角形 ABC において、辺 AB, BC, CA をそれぞれ  $2:1$ ,  $t:1-t$ ,  $1:3$  に内分する点を D, E, F とする。また、AE と BF, BF と CD, CD と AE の交点をそれぞれ P, Q, R とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 3 直線 AE, BF, CD が 1 点で交わるときの  $t$  の値  $t_0$  を求めよ。

以下、 $t$  は  $0 < t < t_0$  を満たすものとする。

(2)  $AP = kAE$ ,  $CR = \ell CD$  を満たす実数  $k$ ,  $\ell$  をそれぞれ求めよ。

(3) 三角形 BCQ の面積を求めよ。

(4) 三角形 PQR の面積を求めよ。

(下書き用紙)

〔 3 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 3 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

袋の中に、赤玉が 15 個、青玉が 10 個、白玉が 5 個入っている。袋の中から玉を 1 個取り出し、取り出した玉の色に応じて、以下の操作で座標平面に置いたコインを動かすことを考える。

（操作）コインが点  $(x, y)$  にあるものとする。赤玉を取り出したときにはコインを点  $(x + 1, y)$  に移動、青玉を取り出したときには点  $(x, y + 1)$  に移動、白玉を取り出したときには点  $(x - 1, y - 1)$  に移動し、取り出した玉は袋に戻す。

最初に原点  $(0, 0)$  にコインを置き、この操作を繰り返して行う。指定した回数だけ操作を繰り返した後、コインが置かれている点を到達点と呼ぶことにする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 操作を  $n$  回繰り返したとき、白玉を 1 度だけ取り出したとする。このとき、到達点となり得る点をすべて求めよ。
- (2) 操作を  $n$  回繰り返したとき、到達点となり得る点の個数を求めよ。
- (3) 座標平面上の 4 点  $(1, 1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(-1, -1)$ ,  $(1, -1)$  を頂点とする正方形  $D$  を考える。操作を  $n$  回繰り返したとき、到達点が  $D$  の内部または辺上にある確率を  $P_n$  とする。 $P_3$  を求めよ。
- (4) 自然数  $N$  に対して  $P_{3N}$  を求めよ。

(下書き用紙)

〔 4 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 4 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

自然数  $n$  に対して、 $10^n$  を 13 で割った余りを  $a_n$  とおく。 $a_n$  は 0 から 12 までの整数である。以下の問いに答えよ。

- (1)  $a_{n+1}$  は  $10a_n$  を 13 で割った余りに等しいことを示せ。
- (2)  $a_1, a_2, \dots, a_6$  を求めよ。
- (3) 以下の 3 条件を満たす自然数  $N$  をすべて求めよ。
  - (i)  $N$  を十進法で表示したとき 6 桁となる。
  - (ii)  $N$  を十進法で表示して、最初と最後の桁の数字を取り除くと 2016 となる。
  - (iii)  $N$  は 13 で割り切れる。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)



