

# 入学試験過去問題

## 数 学

九州大学（文系）

対象年度：2015 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

## 第 1 問

座標平面上の 2 つの放物線

$$C_1 : y = x^2$$

$$C_2 : y = -x^2 + ax + b$$

を考える。ただし、 $a, b$  は実数とする。

- (1)  $C_1$  と  $C_2$  が異なる 2 点で交わるための  $a, b$  に関する条件を求めよ。

以下、 $a, b$  が (1) の条件を満たすとし、 $C_1$  と  $C_2$  で囲まれる部分の面積が 9 であるとする。

- (2)  $b$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3)  $a$  がすべての実数値をとって変化するとき、放物線  $C_2$  の頂点が描く軌跡を座標平面上に図示せよ。

## 第 2 問

1 辺の長さが 1 である正四面体  $OABC$  を考える。辺  $OA$  の中点を  $P$ ，辺  $OB$  を  $2:1$  に内分する点を  $Q$ ，辺  $OC$  を  $1:3$  に内分する点を  $R$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 線分  $PQ$  の長さと線分  $PR$  の長さを求めよ。
- (2)  $\overrightarrow{PQ}$  と  $\overrightarrow{PR}$  の内積  $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$  を求めよ。
- (3) 三角形  $PQR$  の面積を求めよ。

### 第 3 問

袋の中に最初に赤玉 2 個と青玉 1 個が入っている。次の操作を考える。

(操作) 袋から 1 個の玉を取り出し、それが赤玉ならば代わりに青玉 1 個を袋に入れ、青玉ならば代わりに赤玉 1 個を袋に入れる。袋に入っている 3 個の玉がすべて青玉になるとき、硬貨を 1 枚もらう。

この操作を 4 回繰り返す。もらう硬貨の総数が 1 枚である確率と、もらう硬貨の総数が 2 枚である確率をそれぞれ求めよ。

## 第 4 問

以下の問いに答えよ。

- (1)  $n$  が正の偶数のとき,  $2^n - 1$  は 3 の倍数であることを示せ。
- (2)  $p$  を素数とし,  $k$  を 0 以上の整数とする。  $2^{p-1} - 1 = p^k$  を満たす  $p, k$  の組をすべて求めよ。