

2015 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 (文系)

試 験 時 間 120 分

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子の中にはさみ込まれている解答紙は、4 枚です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。受験番号は、裏面の記入例にならって、マス目の中に丁寧に記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、200 点満点です。

受験番号の記入例

A	B	D	E	G	H	I	K	L	M	P	S	T	Z

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

数 学 (文系)

〔 1 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 1 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

座標平面上の 2 つの放物線

$$C_1 : y = x^2$$

$$C_2 : y = -x^2 + ax + b$$

を考える。ただし、 a, b は実数とする。

(1) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるための a, b に関する条件を求めよ。

以下、 a, b が (1) の条件を満たすとし、 C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積が 9 であるとする。

(2) b を a を用いて表せ。

(3) a がすべての実数値をとって変化するとき、放物線 C_2 の頂点が描く軌跡を座標平面上に図示せよ。

(下書き用紙)

〔 2 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 2 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

1 辺の長さが 1 である正四面体 OABC を考える。辺 OA の中点を P, 辺 OB を $2:1$ に内分する点を Q, 辺 OC を $1:3$ に内分する点を R とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 線分 PQ の長さと線分 PR の長さを求めよ。
- (2) $\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{PR}$ の内積 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$ を求めよ。
- (3) 三角形 PQR の面積を求めよ。

(下書き用紙)

〔 3 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 3 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

袋の中に最初に赤玉 2 個と青玉 1 個が入っている。次の操作を考える。

（操作）袋から 1 個の玉を取り出し、それが赤玉ならば代わりに青玉 1 個を袋に入れ、青玉ならば代わりに赤玉 1 個を袋に入れる。袋に入っている 3 個の玉がすべて青玉になるとき、硬貨を 1 枚もらう。

この操作を 4 回繰り返す。もらう硬貨の総数が 1 枚である確率と、もらう硬貨の総数が 2 枚である確率をそれぞれ求めよ。

(下書き用紙)

〔 4 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 4 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

以下の問いに答えよ。

- (1) n が正の偶数のとき、 $2^n - 1$ は 3 の倍数であることを示せ。
- (2) p を素数とし、 k を 0 以上の整数とする。 $2^{p-1} - 1 = p^k$ を満たす p, k の組をすべて求めよ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

