

2014 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 (文系)

試 験 時 間 120 分

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子の中にはさみ込まれている解答紙は、4 枚です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。受験番号は、裏面の記入例にならって、マス目の中に丁寧に記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、200 点満点です。

受験番号の記入例

A	B	D	E	G	H	I	K	L	M	P	S	T	Z

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

数 学 (文系)

〔 1 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 1 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

座標平面上の直線 $y = -1$ を ℓ_1 、直線 $y = 1$ を ℓ_2 とし、 x 軸上の 2 点 $O(0, 0)$ 、 $A(a, 0)$ を考える。点 $P(x, y)$ について、次の条件を考える。

$$d(P, \ell_1) \geq PO \quad \text{かつ} \quad d(P, \ell_2) \geq PA \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$$

ただし、 $d(P, \ell)$ は点 P と直線 ℓ の距離である。

- (1) 条件 $\textcircled{1}$ を満たす点 P が存在するような a の値の範囲を求めよ。
- (2) 条件 $\textcircled{1}$ を満たす点 P 全体がなす図形の面積 S を a を用いて表せ。ただし、 a の値は (1) で求めた範囲にあるとする。

(下書き用紙)

〔 2 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 2 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

以下の問いに答えよ。

- (1) 任意の自然数 a に対し、 a^2 を 3 で割った余りは 0 か 1 であることを証明せよ。
- (2) 自然数 a, b, c が $a^2 + b^2 = 3c^2$ を満たすと仮定すると、 a, b, c はすべて 3 で割り切れなければならないことを証明せよ。
- (3) $a^2 + b^2 = 3c^2$ を満たす自然数 a, b, c は存在しないことを証明せよ。

(下書き用紙)

〔 3 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 3 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

鋭角三角形 $\triangle ABC$ について、 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさを、それぞれ A , B , C とする。 $\triangle ABC$ の重心を G , 外心を O とし、外接円の半径を R とする。

- (1) A と O から辺 BC に下ろした垂線を、それぞれ AD , OE とする。このとき、

$$AD = 2R \sin B \sin C, \quad OE = R \cos A$$

を証明せよ。

- (2) G と O が一致するならば $\triangle ABC$ は正三角形であることを証明せよ。

- (3) $\triangle ABC$ が正三角形でないとし、さらに OG が BC と平行であるとする。このとき、

$$AD = 3OE, \quad \tan B \tan C = 3$$

を証明せよ。

(下書き用紙)

〔 4 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 4 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

A さんは 5 円硬貨を 3 枚、B さんは 5 円硬貨を 1 枚と 10 円硬貨を 1 枚持っている。2 人は自分が持っている硬貨すべてを一度に投げる。それぞれが投げた硬貨のうち表が出た硬貨の合計金額が多い方を勝ちとする。勝者は相手の裏が出た硬貨をすべてもらう。なお、表が出た硬貨の合計金額が同じときは引き分けとし、硬貨のやりとりは行わない。このゲームについて、以下の問いに答えよ。

- (1) A さんが B さんに勝つ確率 p 、および引き分けとなる確率 q をそれぞれ求めよ。
- (2) ゲーム終了後に A さんが持っている硬貨の合計金額の期待値 E を求めよ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

