

2013 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 (文系)

試 験 時 間 120 分

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子の中にはさみ込まれている解答紙は，4 枚です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に，各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。受験番号は，裏面の記入例にならって，マス目の中に丁寧に記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。小問があるときは，小問の番号を明記して解答しなさい。解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は，200 点満点です。

受験番号の記入例

A	B	D	E	G	H	I	K	L	M	P	S	T	Z

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

数 学 (文系)

〔 1 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 1 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

一辺の長さが 1 の正方形 $OABC$ を底面とし、 $OP = AP = BP = CP$ をみたす点 P を頂点とする四角錐 $POABC$ がある。辺 AP を $1:3$ に内分する点を D 、辺 CP の中点を E 、辺 BC を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OD}$ と $\overrightarrow{OE}$ を、 $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{OP}$ を用いて表せ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{PQ}$ を、 $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{OP}$ と t を用いて表せ。
- (3) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ の値を求めよ。
- (4) 直線 PQ が平面 ODE に垂直であるとき、 t の値および線分 OP の長さを求めよ。

(下書き用紙)

〔 2 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 2 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

座標平面上で、次の連立不等式の表す領域を D とする。

$$x + 2y \leq 5, \quad 3x + y \leq 8, \quad -2x - y \leq 4, \quad -x - 4y \leq 7$$

点 $P(x, y)$ が領域 D 内を動くとき、 $x + y$ の値が最大となる点を Q とし、最小となる点を R とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 Q および点 R の座標を求めよ。
- (2) $a > 0$ かつ $b > 0$ とする。点 $P(x, y)$ が領域 D 内を動くとき、 $ax + by$ が点 Q でのみ最大値をとり、点 R でのみ最小値をとるとする。このとき、 $\frac{a}{b}$ の値の範囲を求めよ。

(下書き用紙)

〔 3 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 3 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

横一列に並んだ 6 枚の硬貨に対して、以下の操作 L と操作 R を考える。

L：さいころを投げて、出た目と同じ枚数だけ左端から順に硬貨の表と裏を反転する。

R：さいころを投げて、出た目と同じ枚数だけ右端から順に硬貨の表と裏を反転する。

たとえば、表表裏表裏表 と並んだ状態で操作 L を行うときに、3 の目が出た場合は、裏裏表表裏表 となる。

以下、「最初の状態」とは硬貨が 6 枚とも表であることとする。

- (1) 最初の状態から操作 L を 2 回続けて行うとき、表が 1 枚となる確率を求めよ。
- (2) 最初の状態から L, R の順に操作を行うとき、表の枚数の期待値を求めよ。
- (3) 最初の状態から L, R, L の順に操作を行うとき、すべての硬貨が表となる確率を求めよ。

(下書き用紙)

〔 4 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 4 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

座標平面上の円 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ を C とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 直線 $y = x - 2$ は円 C に接することを示せ。また、接点の座標も求めよ。
- (2) 円 C と放物線 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ の共有点の座標をすべて求めよ。
- (3) 不等式 $y \geq \frac{1}{4}x^2 - 1$ の表す領域を D とする。また、不等式 $|x| + |y| \leq 2$ の表す領域を A とし、不等式 $(|x| - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2$ の表す領域を B とする。そして、和集合 $A \cup B$ 、すなわち領域 A と領域 B を合わせた領域を E とする。このとき、領域 D と領域 E の共通部分 $D \cap E$ を図示し、さらに、その面積を求めよ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

