

# 2012 年 度 入 学 試 験 問 題

## 数 学 (文系)

試 験 時 間 120 分

### (注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子の中にはさみ込まれている解答紙は、4 枚です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。受験番号は、裏面の記入例にならって、マス目の中に丁寧に記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、200 点満点です。

受験番号の記入例

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| A | B | D | E | G | H | I | K | L | M | P | S | T | Z |

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

# 数 学 (文系)

〔 1 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 1 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

原点を  $O$  とする座標空間に、3 点  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 0, 2)$ ,  $C(-2, 1, 3)$  がある。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABC$  において、 $\angle B$  は  $\frac{\pi}{2}$  より大きいことを示せ。
- (2) 点  $A$  から直線  $BC$  に下ろした垂線と直線  $BC$  との交点を  $H$  とする。点  $H$  の座標を求めよ。
- (3)  $\triangle OAH$  の面積を求めよ。

(下書き用紙)

〔 2 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 2 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

関数  $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$  を考える。曲線  $C: y = f(x)$  について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $t \geq 0$  のとき、曲線  $C$  は傾きが  $t$  である接線を 2 本持つことを示せ。
- (2) (1) において、傾きが  $t$  である 2 本の接線と曲線  $C$  との接点を、それぞれ  $P(p, f(p))$ ,  $Q(q, f(q))$  とする (ただし  $p < q$ )。このとき、点  $P$  と点  $Q$  は点  $A(-1, 0)$  に関して対称の位置にあることを示せ。
- (3)  $t \geq 0$  のとき、2 点  $P, Q$  の間の距離の最小値を求めよ。また、最小値を与えるときの  $P, Q$  の  $x$  座標  $p, q$  もそれぞれ求めよ。

(下書き用紙)

〔 3 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 3 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

100 人の団体がある区間を列車で移動する。このとき、乗車券が 7 枚入った 480 円のセット  $A$  と、乗車券が 3 枚入った 220 円のセット  $B$  を購入して、利用することにした。以下の問いに答えよ。

(1)  $x$  が 0 以上の整数であるとき、次のことを示せ。

$\frac{1}{3}(100 - 7x)$  は、 $x$  を 3 で割ったときの余りが 1 の場合に整数であり、それ以外の場合は整数ではない。

(2) 購入した乗車券は、余らせずすべて利用するものとする。このとき、セット  $A$  とセット  $B$  の購入の仕方をすべて挙げよ。

(3) 購入した乗車券は余ってもよいものとする。このとき、 $A$  のみ、あるいは  $B$  のみを購入する場合も含めて、購入金額が最も低くなるのは、 $A$ 、 $B$  をそれぞれ何セットずつ購入するときか。またそのときの購入金額はいくらか。

(下書き用紙)

〔 4 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 4 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

いくつかの玉が入った箱  $A$  と箱  $B$  があるとき、次の試行  $T$  を考える。

（試行  $T$ ）箱  $A$  から 2 個の玉を取り出して箱  $B$  に入れ、その後、箱  $B$  から 2 個の玉を取り出して箱  $A$  に入れる。

最初に箱  $A$  に黒玉が 3 個、箱  $B$  に白玉が 2 個入っているとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 試行  $T$  を 1 回行ったときに、箱  $A$  に黒玉が  $n$  個入っている確率  $p_n$  ( $n = 1, 2, 3$ ) を求めて既約分数で表せ。
- (2) 試行  $T$  を 2 回行ったときに、箱  $A$  に黒玉が  $n$  個入っている確率  $q_n$  ( $n = 1, 2, 3$ ) を求めて既約分数で表せ。
- (3) 試行  $T$  を 3 回行ったときに、箱  $A$  の中がすべて黒玉になっている確率を求めて既約分数で表せ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)



