

入学試験過去問題

数 学

九州大学（文系）

対象年度：2011 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

放物線 $y = x^2$ 上の点 $P(t, t^2)$ から直線 $y = x$ へ垂線を引き、交点を H とする。ただし、 $t > 1$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) H の座標を t を用いて表せ。
- (2) P を通り y 軸に平行な直線と直線 $y = x$ との交点を R とするとき、三角形 PRH の面積を t を用いて表せ。
- (3) $x \geq 1$ の範囲において、放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x$ および線分 PH とで囲まれた図形の面積を S_1 とするとき、 S_1 を t を用いて表せ。
- (4) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x$ で囲まれた図形の面積を S_2 とする。 $S_1 = S_2$ であるとき、 t の値を求めよ。

第 2 問

数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ は

$$a_{n+1} = \frac{2a_n}{1 - a_n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

をみたしているとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $a_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ とするとき、 a_{10} および a_{11} を求めよ。
- (2) $\tan \frac{\pi}{12}$ の値を求めよ。
- (3) $a_1 = \tan \frac{\pi}{7}$ とする。 $a_k = a_1$ をみたす 2 以上の自然数 k で最小のものを求めよ。

第 3 問

平面上に直角三角形 ABC があり，その斜辺 BC の長さを 2 とする。また，点 O は $4\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$ をみたしているとする。このとき，以下の問いに答えよ。

- (1) 辺 BC の中点を M とするとき，点 A は線分 OM の中点となることを示せ。
- (2) $|\overrightarrow{OB}|^2 + |\overrightarrow{OC}|^2 = 10$ となることを示せ。
- (3) $4|\overrightarrow{PA}|^2 - |\overrightarrow{PB}|^2 - |\overrightarrow{PC}|^2 = -4$ をみたす点を P とするとき， $|\overrightarrow{OP}|$ の値を求めよ。

第 4 問

1 から 4 までの数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードがある。その 4 枚のカードを横一列に並べ、以下の操作を考える。

操作：1 から 4 までの数字が 1 つずつ書かれた 4 個の球が入っている袋から同時に 2 個の球を取り出す。球に書かれた数字が i と j ならば、 i のカードと j のカードを入れかえる。その後、2 個の球は袋に戻す。

初めにカードを左から順に 1, 2, 3, 4 と並べ、上の操作を 2 回繰り返した後のカードについて、以下の問いに答えよ。

- (1) カードが左から順に 1, 2, 3, 4 と並ぶ確率を求めよ。
- (2) カードが左から順に 4, 3, 2, 1 と並ぶ確率を求めよ。
- (3) 左端のカードの数字が 1 になる確率を求めよ。
- (4) 左端のカードの数字の期待値を求めよ。