

2011 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 (文系)

試 験 時 間 120 分

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子の中にはさみ込まれている解答紙は、4 枚です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。受験番号は、裏面の記入例にならって、マス目の中に丁寧に記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、200 点満点です。

受験番号の記入例

A	B	D	E	G	H	I	K	L	M	P	S	T	Z

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

数 学 (文系)

〔 1 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 1 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

放物線 $y = x^2$ 上の点 $P(t, t^2)$ から直線 $y = x$ へ垂線を引き、交点を H とする。
ただし、 $t > 1$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) H の座標を t を用いて表せ。
- (2) P を通り y 軸に平行な直線と直線 $y = x$ との交点を R とするとき、三角形 PRH の面積を t を用いて表せ。
- (3) $x \geq 1$ の範囲において、放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x$ および線分 PH とで囲まれた図形の面積を S_1 とするとき、 S_1 を t を用いて表せ。
- (4) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x$ で囲まれた図形の面積を S_2 とする。 $S_1 = S_2$ であるとき、 t の値を求めよ。

(下書き用紙)

〔 2 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 2 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ は

$$a_{n+1} = \frac{2a_n}{1 - a_n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

をみたしているとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $a_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ とするとき、 a_{10} および a_{11} を求めよ。
- (2) $\tan \frac{\pi}{12}$ の値を求めよ。
- (3) $a_1 = \tan \frac{\pi}{7}$ とする。 $a_k = a_1$ をみたす 2 以上の自然数 k で最小のものを求めよ。

(下書き用紙)

〔 3 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 3 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

平面上に直角三角形 ABC があり、その斜辺 BC の長さを 2 とする。また、点 O は $4\vec{OA} - \vec{OB} - \vec{OC} = \vec{0}$ をみたしているとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 辺 BC の中点を M とするとき、点 A は線分 OM の中点となることを示せ。
- (2) $|\vec{OB}|^2 + |\vec{OC}|^2 = 10$ となることを示せ。
- (3) $4|\vec{PA}|^2 - |\vec{PB}|^2 - |\vec{PC}|^2 = -4$ をみたす点を P とするとき、 $|\vec{OP}|$ の値を求めよ。

(下書き用紙)

〔 4 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 4 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

1 から 4 までの数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードがある。その 4 枚のカードを横一列に並べ、以下の操作を考える。

操作：1 から 4 までの数字が 1 つずつ書かれた 4 個の球が入っている袋から同時に 2 個の球を取り出す。球に書かれた数字が i と j ならば、 i のカードと j のカードを入れかえる。その後、2 個の球は袋に戻す。

初めにカードを左から順に 1, 2, 3, 4 と並べ、上の操作を 2 回繰り返した後のカードについて、以下の問いに答えよ。

- (1) カードが左から順に 1, 2, 3, 4 と並ぶ確率を求めよ。
- (2) カードが左から順に 4, 3, 2, 1 と並ぶ確率を求めよ。
- (3) 左端のカードの数字が 1 になる確率を求めよ。
- (4) 左端のカードの数字の期待値を求めよ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

