

# 2006 年 度 入 学 試 験 問 題

## 数 学 (文系)

試 験 時 間 120 分

### (注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子、解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子の中にはさみ込まれている解答紙は、4 枚です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し、問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に、各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。受験番号は、裏面の記入例にならって、マス目の中に丁寧に記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。小問があるときは、小問の番号を明記して解答しなさい。解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. この教科は、200 点満点です。

受験番号の記入例

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| A | B | D | E | G | H | I | K | L | M | P | S | T | Z |

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

# 数 学 (文系)

〔 1 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 1 の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

曲線  $C: y = x^2$  上に点  $P(t, t^2)$  をとり、点  $P$  における曲線  $C$  の接線を  $\ell$ 、点  $P$  を通り  $\ell$  に垂直な直線を  $m$  とする。ただし、 $t > 0$  とする。接線  $\ell$  と  $x$  軸との交点を  $Q$  とし、直線  $m$  と  $x$  軸、 $y$  軸との交点をそれぞれ  $R_1, R_2$  とする。また、 $\triangle PQR_1$  の面積を  $S_1$  とし、曲線  $C$  と  $y$  軸および線分  $PR_2$  で囲まれる図形の面積を  $S_2$  とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 点  $Q$  と点  $R_1$  の  $x$  座標を  $t$  を用いて表せ。
- (2) 面積  $S_2$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $S_1 > S_2$  が成り立つ  $t$  の範囲を求めよ。

(下書き用紙)

〔 2 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 2 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

2つの数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  は,  $a_1 = b_1 = 1$  および, 関係式

$$a_{n+1} = 2a_nb_n$$

$$b_{n+1} = 2a_n^2 + b_n^2$$

をみたすものとする。

- (1)  $n \geq 3$  のとき,  $a_n$  は 3 で割り切れるが,  $b_n$  は 3 で割り切れないことを示せ。
- (2)  $n \geq 2$  のとき,  $a_n$  と  $b_n$  は互いに素であることを示せ。

(下書き用紙)

〔 3 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 3 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

空間ベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  について次の問いに答えよ。ただし,  $h$  と  $k$  は実数とする。

- (1)  $h\vec{a} + \vec{b}$  が  $\vec{a}$  と垂直であるとき, すべての実数  $x$  に対して,

$$|x\vec{a} + \vec{b}| \geq |h\vec{a} + \vec{b}|$$

が成り立つことを示せ。ただし,  $\vec{0}$  はすべてのベクトルと垂直であるとする。

- (2)  $h\vec{a} + k\vec{b} + \vec{c}$  が  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  のいずれとも垂直であるとき, すべての実数  $x, y$  に対して,

$$|x\vec{a} + y\vec{b} + \vec{c}| \geq |h\vec{a} + k\vec{b} + \vec{c}|$$

が成り立つことを示せ。

- (3)  $\vec{a} = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 4, -2)$ ,  $\vec{c} = (-3, -6, 6)$  とするとき,  $|x\vec{a} + y\vec{b} + \vec{c}|$  の最小値を与える実数  $x, y$  と, そのときの最小値を求めよ。



(下書き用紙)

〔 4 〕 （配点 50 点）

この問題の解答は、解答紙 4 の定められた場所に記入しなさい。

〔問題〕

関数  $f(x) = \left| \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| - \frac{1}{2} \right|$  について、次の問いに答えよ。ただし、 $-\pi \leq x \leq \pi$  とする。

- (1)  $f(x) = 0$  となる  $x$  を求めよ。
- (2) 関数  $y = f(x)$  のグラフの概形を描け。
- (3) 実数  $k$  に対し、 $f(x) = k$  を満たす  $x$  の個数を求めよ。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)



