

入学試験過去問題

数 学

九州大学（文系）

対象年度：2005 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

a を正の実数とし、点 $A\left(0, a + \frac{1}{2a}\right)$ と曲線 $C: y = ax^2 (x \geq 0)$ を考える。曲線 C 上の点で、点 A との距離が最小となるものを P とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 P の座標と線分 AP の長さを求めよ。
- (2) 曲線 C と y 軸、および線分 AP で囲まれる図形の面積 $S(a)$ を求めよ。
- (3) $a > 0$ のとき、面積 $S(a)$ の最小値を求めよ。また、そのときの a の値を求めよ。

第 2 問

t を実数とすると、2 次方程式 $z^2 + tz + t = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) この 2 次方程式が異なる 2 つの虚数解をもつような t の範囲と、そのときの虚数解をすべて求めよ。
- (2) (1) の虚数解のうち、その虚部が正のものを $z(t)$ で表す。 t が (1) で求めた範囲を動くとき、複素数平面上で点 $z(t)$ が描く図形 C を求め、図示せよ。
- (3) 複素数平面上で、点 z が (2) の図形 C 上を動くとき、

$$w = \frac{iz}{z+1}$$

で表される点 w が描く図形を求め、図示せよ。

第 3 問

実数 x に対して, $[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。例えば, $\left[\frac{3}{2}\right] = 1$, $[2] = 2$ である。このとき, $0^\circ < \theta < 180^\circ$ として次の問いに答えよ。ただし, 必要なら $\sin \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ となる角 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) を用いてよい。

- (1) 不等式 $\log_2 \left[\frac{5}{2} + \cos \theta \right] \leq 1$ を満たす θ の範囲を求めよ。
- (2) 不等式 $\left[\frac{3}{2} + \log_2 \sin \theta \right] \geq 1$ を満たす θ の範囲を求めよ。
- (3) 不等式 $\log_2 \left[\frac{5}{2} + \cos \theta \right] \leq 0 \leq \left[\frac{3}{2} + \log_2 \sin \theta \right]$ を満たす θ の範囲を求めよ。

第 4 問

1つのさいころを4回投げて、出た目の数を順に x_1, x_2, x_3, x_4 とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $x_1 < x_2$ となる確率を求めよ。
- (2) $x_1 < x_2 < x_3$ となる確率を求めよ。
- (3) $x_1 < x_2$ かつ $x_2 \geq x_3$ となる確率を求めよ。
- (4) $x_k \geq x_{k+1}$ となる最小の自然数 k の期待値を求めよ。ただし、 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ のときは $k = 4$ と定める。