

点 z が複素数平面上の線分

$$z = t + ti \quad \left(\frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \leq t \leq \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \right)$$

の上を動くとき、

$$z^2 - wz + 1 = 0$$

をみたす複素数 w を表す点が描く軌跡を C とする。ただし、 i は虚数単位である。以下の問いに答えよ。

(1) 軌跡 C を複素数平面上に図示せよ。

(2) $t = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ のときに複素数 w を表す点を P_1 とし、 $t = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$ のときに複素数 w を表す点を P_2 とする。このとき、軌跡 C 、線分 OP_1 、線分 OP_2 で囲まれる領域を虚軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、 O は複素数平面の原点である。