

九州大学（理系） 2017 年 第 5 問

2 つの複素数 $\alpha = 10000 + 10000i$ と $w = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i$ を用いて、複素数平面上の点 $P_n(z_n)$ を $z_n = \alpha w^n$ ($n = 1, 2, \dots$) により定める。ただし、 i は虚数単位を表す。2 と 3 の常用対数を $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ として、以下の問いに答えよ。

(1) z_n の絶対値 $|z_n|$ と偏角 $\arg z_n$ を求めよ。

(2) $|z_n| \leq 1$ が成り立つ最小の自然数 n を求めよ。

(3) 下図のように、複素数平面上の $\triangle ABC$ は線分 AB を斜辺とし、点 $C\left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)$ を一つの頂点とする直角二等辺三角形である。なお A, B を表す複素数の虚部は負であり、原点 O と 2 点 A, B の距離はともに 1 である。点 P_n が $\triangle ABC$ の内部に含まれる最小の自然数 n を求めよ。

