

九州大学（文系） 2016 年 第 3 問

袋の中に、赤玉が 15 個、青玉が 10 個、白玉が 5 個入っている。袋の中から玉を 1 個取り出し、取り出した玉の色に応じて、以下の操作で座標平面に置いたコインを動かすことを考える。

（操作）コインが点 (x, y) にあるものとする。赤玉を取り出したときにはコインを点 $(x + 1, y)$ に移動、青玉を取り出したときには点 $(x, y + 1)$ に移動、白玉を取り出したときには点 $(x - 1, y - 1)$ に移動し、取り出した玉は袋に戻す。

最初に原点 $(0, 0)$ にコインを置き、この操作を繰り返して行う。指定した回数だけ操作を繰り返した後、コインが置かれている点を到達点と呼ぶことにする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 操作を n 回繰り返したとき、白玉を 1 度だけ取り出したとする。このとき、到達点となり得る点をすべて求めよ。
- (2) 操作を n 回繰り返したとき、到達点となり得る点の個数を求めよ。
- (3) 座標平面上の 4 点 $(1, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$, $(1, -1)$ を頂点とする正方形 D を考える。操作を n 回繰り返したとき、到達点が D の内部または辺上にある確率を P_n とする。 P_3 を求めよ。
- (4) 自然数 N に対して P_{3N} を求めよ。