

九州大学（理系） 2015 年 第 1 問

C_1, C_2 をそれぞれ次式で与えられる放物線の一部とする。

$$C_1 : y = -x^2 + 2x, \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$C_2 : y = -x^2 - 2x, \quad -2 \leq x \leq 0$$

また、 a を実数とし、直線 $y = a(x + 4)$ を ℓ とする。

(1) 直線 ℓ と C_1 が異なる 2 つの共有点をもつための a の値の範囲を求めよ。

以下、 a が (1) の条件を満たすとする。このとき、 ℓ と C_1 で囲まれた領域の面積を S_1 、 x 軸と C_2 で囲まれた領域で ℓ の下側にある部分の面積を S_2 とする。

(2) S_1 を a を用いて表せ。

(3) $S_1 = S_2$ を満たす実数 a が $0 < a < \frac{1}{5}$ の範囲に存在することを示せ。