

九州大学（文系） 2014 年 第 3 問

鋭角三角形 $\triangle ABC$ について、 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさを、それぞれ A , B , C とする。 $\triangle ABC$ の重心を G , 外心を O とし、外接円の半径を R とする。

- (1) A と O から辺 BC に下ろした垂線を、それぞれ AD , OE とする。このとき、

$$AD = 2R \sin B \sin C, \quad OE = R \cos A$$

を証明せよ。

- (2) G と O が一致するならば $\triangle ABC$ は正三角形であることを証明せよ。

- (3) $\triangle ABC$ が正三角形でないとし、さらに OG が BC と平行であるとする。このとき、

$$AD = 3OE, \quad \tan B \tan C = 3$$

を証明せよ。