

九州大学（理系） 2013 年 第 5 問

実数 x, y, t に対して、行列

$$A = \begin{pmatrix} x & y \\ -t-x & -x \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$$

を考える。 $(AB)^2$ が対角行列、すなわち $\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ の形の行列であるとする。

(1) 命題「 $3x - 3y - 2t \neq 0 \implies A = tB$ 」を証明せよ。

以下 (2), (3), (4) では、さらに $A^2 \neq E$ かつ $A^4 = E$ であるとする。ただし、 E は単位行列を表す。

(2) $3x - 3y - 2t = 0$ を示せ。

(3) x と y をそれぞれ t の式で表せ。

(4) x, y, t が整数のとき、行列 A を求めよ。