

九州大学（理系） 2013 年 第 2 問

一辺の長さが 1 の正方形 $OABC$ を底面とし，点 P を頂点とする四角錐 $POABC$ がある。ただし，点 P は内積に関する条件 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}$ ，および $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}$ をみたす。辺 AP を $2:1$ に内分する点を M とし，辺 CP の中点を N とする。さらに，点 P と直線 BC 上の点 Q を通る直線 PQ は，平面 OMN に垂直であるとする。このとき，長さの比 $BQ:QC$ ，および線分 OP の長さを求めよ。