

九州大学（理系） 2011 年 第 3 問

数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ は

$$a_{n+1} = \frac{2a_n}{1 - a_n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

をみたしているとする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) $a_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ とするとき、一般項 a_n を求めよ。

(2) $\tan \frac{\pi}{12}$ の値を求めよ。

(3) $a_1 = \tan \frac{\pi}{20}$ とするとき、

$$a_{n+k} = a_n \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

をみたす最小の自然数 k を求めよ。