

九州大学（理系） 2010 年 第 5 問

実数を成分とする 2 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える。平面上の点 $P(x, y)$ に対し、点 $Q(X, Y)$ を

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

により定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) P が放物線 $y = x^2$ 全体の上を動くとき、 Q が放物線 $9X = 2Y^2$ 全体の上を動くという。このとき、行列 A を求めよ。
- (2) P が放物線 $y = x^2$ の全体の上を動くとき、 Q は常に円 $X^2 + (Y - 1)^2 = 1$ の上にあるという。このとき、行列 A を求めよ。
- (3) P が放物線 $y = x^2$ 全体の上を動くとき、 Q がある直線 L 全体の上を動くための a, b, c, d についての条件を求めよ。また、その条件が成り立っているとき、直線 L の方程式を求めよ。