

九州大学（文系） 2008 年 第 4 問

放物線 $C: y = x^2 - 1$ と $a_1 > 1$ をみたす実数 a_1 を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) C 上の点 $(a_1, a_1^2 - 1)$ における接線と x 軸との交点の x 座標を a_2 とするとき、 a_2 を a_1 を用いて表せ。
- (2) (1) で求めた a_2 に対して、 C 上の点 $(a_2, a_2^2 - 1)$ における接線と x 軸との交点の x 座標を a_3 とする。この操作を繰り返してできる数列を $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ とする。このとき、すべての n に対して、 $a_n > 1$ を示せ。
- (3) $b_n = \frac{1}{2}(a_n - 1)$ とおくとき、すべての n に対して、 $b_{n+1} < b_n^2$ を示せ。
- (4) $a_1 = 2$ のとき、 $b_n < 10^{-12}$ となる n の値を 1 つ求めよ。ただし、必要があれば、 $\log_{10} 2$ を 0.301 として計算してよい。