

九州大学（文系） 2008 年 第 1 問

自然数  $n$  に対して、 $a_n = (\cos 2^n)(\cos 2^{n-1}) \cdots (\cos 2)(\cos 1)$  とおく。ただし、角の大きさを表すのに弧度法を用いる。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $a_1 = \frac{\sin 4}{4 \sin 1}$  を示せ。

(2)  $a_n = \frac{\sin 2^{n+1}}{2^{n+1} \sin 1}$  を示せ。

(3)  $a_n < \frac{\sqrt{2}}{2^{n+1}}$  を示せ。