

九州大学 (理系) 2007 年 第 2 問

p を $0 < p < 1$ を満たす数とし, 行列 A, B, C をそれぞれ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1+p \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1-p & 0 \end{pmatrix}$$

とおく。さらに, 行列 A_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を $A_1 = A, A_{n+1} = A_n B - B A_n + C$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) A_2, A_3 を求めよ。

(2) $A_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}, \Delta_n = a_n d_n - b_n c_n$ とおくとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta_n$ を求めよ。