

九州大学（文系） 2007 年 第 2 問

t を $0 \leq t \leq 1$ を満たす数とし、空間内の 4 点 $A(t, 0, 1)$, $B(1, t, 0)$, $C(0, 1, t)$, $P\left(\frac{4}{9}t, \frac{4}{9}t, \frac{4}{9}t\right)$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ は正三角形であることを示し、その面積 $S(t)$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の重心を G とする。 $\overrightarrow{PG}$ は $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ の両方に垂直であることを示せ。
- (3) 四面体 $PABC$ の体積 $V(t)$ を求めよ。また $V(t)$ の最小値とその最小値を与える t の値を求めよ。