

九州大学（理系） 2006 年 第 1 問

次の問いに答えよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$  であること、また、 $e$  は自然対数の底で、 $e < 3$  であることを用いてよい。

- (1) 自然数  $n$  に対して、方程式  $\frac{\log x}{x} = \frac{1}{3n}$  は  $x > 0$  の範囲にちょうど 2 つの実数解をもつことを示せ。
- (2) (1) の実数解を  $\alpha_n, \beta_n$  ( $\alpha_n < \beta_n$ ) とするとき、 $1 < \alpha_n < e^{\frac{1}{n}}$ ,  $ne < \beta_n$  が成り立つことを示せ。また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n$  を求めよ。