

九州大学（文系） 2006 年 第 3 問

空間ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ について次の問いに答えよ。ただし, h と k は実数とする。

- (1) $h\vec{a} + \vec{b}$ が $\vec{a}$ と垂直であるとき, すべての実数 x に対して,

$$|x\vec{a} + \vec{b}| \geq |h\vec{a} + \vec{b}|$$

が成り立つことを示せ。ただし, $\vec{0}$ はすべてのベクトルと垂直であるとする。

- (2) $h\vec{a} + k\vec{b} + \vec{c}$ が $\vec{a}$, $\vec{b}$ のいずれとも垂直であるとき, すべての実数 x , y に対して,

$$|x\vec{a} + y\vec{b} + \vec{c}| \geq |h\vec{a} + k\vec{b} + \vec{c}|$$

が成り立つことを示せ。

- (3) $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 4, -2)$, $\vec{c} = (-3, -6, 6)$ とするとき,
 $|x\vec{a} + y\vec{b} + \vec{c}|$ の最小値を与える実数 x , y と, そのときの最小値を求めよ。