

九州大学（理系） 2005 年 第 5 問

実数 t が $t \geq 0$ の範囲を動くとき、 xy 平面上で点 $P(t^2, e^{-t})$ が描く曲線を C とする。 a を正の実数とし、曲線 C と x 軸、 y 軸、および直線 $x = a^2$ で囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 面積 $S(a)$ を求めよ。
- (2) $a > 0$ の範囲で関数 $S(a)$ の増減，凹凸を調べ，そのグラフの概形を描け。ただし， $\lim_{a \rightarrow \infty} ae^{-a} = 0$ であることを用いてよい。
- (3) $S(a) = 1.35$ となる a が $2 < a < 3$ の範囲に存在することを示せ。ただし，必要なら $2.5 < e < 3$ であることを用いてよい。